

## Fluid-Struktur-Wechselwirkung des Kernmantels und der Brennstäbe beim Kühlmittelverluststörfall<sup>1</sup>

Von Ulrich Schumann\*

### Zusammenfassung

Bei einem postulierten Kühlmittelverluststörfall erfahren die Behälter-Einbauten eines Druckwasserreaktors große Lasten infolge der Druckwellenausbreitung. Dies gilt insbesondere für den Kernmantel, der den Kern als zylindrische Schale umschließt. Eine realistische Berechnung der resultierenden Beanspruchungen erfordert die Berücksichtigung dynamischer Fluid-Struktur-Wechselwirkungen. Solche Wechselwirkungen werden vom Rechenprogramm FLUX erfaßt. Parametrische Studien mit FLUX zeigen den quantitativen Einfluß der Wechselwirkungen sowie der Wandstärke des Kernmantels und der Bruchöffnungszeit auf die berechneten Verformungen und Spannungen im Kernmantel. Ein Modell für die Wechselwirkungen des Kernmantels mit dem Kern befindet sich in Entwicklung. Darin soll das heterogene Gemisch aus Brennstäben und Wasser, aus dem der Kern besteht, nach einer Homogenisierungstheorie behandelt werden. Mit dieser Theorie berechnete anisotrope effektive Dichten und Schallgeschwindigkeiten unterscheiden sich erheblich von entsprechenden volumetrischen Mittelwerten.

### Abstract

Fluid-structure interactions of the core barrel and the fuel rods during a loss-of-coolant accident

Pressure waves during a postulated loss-of-coolant accident in a pressurized water reactor cause large loads on the vessel internals. This is the case in particular for the core barrel, which is a cylindrical shell enclosing the core. For realistic evaluation of the stresses, dynamic fluid-structure interactions have to be taken into account. These interactions are included in the computer code FLUX. Parametric studies with FLUX show the quantitative effects of the interactions as well as of the core barrel wall thickness and break time on the computed deformations and stresses in the core barrel. A model for the interaction of the barrel with the core is under development. Here the heterogeneous mixture of fuel rods and water, which represents the core, will be treated according to a homogenization theory. By means of this theory anisotropic effective densities and sound speeds are computed which differ considerably from volumetrically averaged values.

### INIS-EDB-DESCRIPTORS

LOSS OF COOLANT  
REACTOR CORES  
FUEL RODS  
PWR TYPE REACTORS  
DYNAMIC LOADS  
REACTOR COMPONENTS  
MECHANICAL STRUCTURES

MECHANICAL VIBRATIONS  
F CODES  
COMPUTER CALCULATIONS  
FLUID FLOW  
CONFIGURATION  
INTERACTIONS

<sup>1</sup>Überarbeitete Fassung eines Vortrags, der auf der Jahrestagung Kerntechnik 1980 (Berlin, 25.-27. 3. 1980) gehalten wurde.

\*Dr. Ulrich Schumann, Kernforschungszentrum Karlsruhe, Institut für Reaktorentwicklung, Projekt Nukleare Sicherheit, Postfach 36 40, D-7500 Karlsruhe.

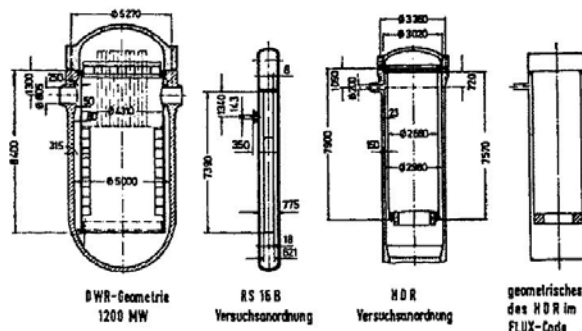
### 1. Gesamtübersicht

Die Einbauten im Druckbehälter eines Druckwasserreaktors (DWR) müssen so ausgelegt sein, daß sie auch im Falle eines Kühlmittelverluststörfalles (KMVS) infolge eines plötzlichen völligen Abreißen einer der Hauptkühlmittelleitungen in ihren sicherheitstechnischen Funktionen nicht beeinträchtigt werden [1]. Insbesondere müssen die sichere Abschaltbarkeit, die Nachwärmeabfuhr und die Verhinderung der Freisetzung größerer Mengen Radioaktivität aus den Brennstäben sichergestellt sein. Die größten Belastungen erwartet man in der ersten Phase des KMVS, solange der Druck im Behälter oberhalb des Sättigungsdruckes liegt und unterkühltes Wasser ausströmt. Die plötzliche Druckabsenkung an der Bruchstelle führt zur Ausbreitung von Druckwellen und großen Beschleunigungen im Fluid des Druckbehälters. Die dabei auftretenden erheblichen räumlichen Druckgradienten bilden die Ursache der Belastungen der Einbauten.

Eine detaillierte Berechnung der zu erwartenden Beanspruchungen der Einbauten ist aus vielen Gründen mit großem Aufwand verbunden:

- Die Bewegungsvorgänge sind dreidimensional und instationär.
- Der Druck und der Massenstrom an der Bruchstelle sind schon in der Anfangsphase von Zweiphasenströmungseffekten bestimmt. Auch im Bereich des Reaktorkerns kann relativ frühzeitig Verdampfen einsetzen.
- Die Rückwirkung der Bewegung der Einbauten auf das Strömungsfeld, die sog. »Fluid-Struktur-Wechselwirkung«, ist zu berücksichtigen.
- Der Aufbau der Einbauten, im wesentlichen bestehend aus dem Kernbehälter, im folgenden Kernmantel genannt, den Rosten, den Brennelementen und den Steuerstabführungsrohren, ist konstruktiv sehr komplex. Insbesondere Spiele, Anschläge, geometrische und stoffliche Nichtlinearitäten sind nicht ohne Idealisierung zu beschreiben. Die Vielzahl der Brennstäbe bzw. Brennelemente sowie das ebenfalls relativ dicht angeordnete Bündel von Steuerstabführungsrohren erfordern spezielle Modellentwicklungen.
- Die Berechnung muß stellenweise mit sehr feiner räumlicher Auflösung durchgeführt werden, weil einige Bereiche sehr kleine charakteristische Maße im Vergleich zu den Gesamtabmaßen des Systems aufweisen. Beispielsweise sind der Radius der Kühlmittelrohre sowie die charakteristische Länge von Biegewellen im Kernmantel wesentlich kleiner als die geometrischen Abmessungen des Kernmantels.
- Die dynamische Integration der Bewegungsgleichungen muß aufgrund der zu erfassenden Druckwellen, der großen Geschwindigkeiten und relativ hochfrequenter Strukturschwingungen entweder mit sehr kleinen Zeitschritten (bei expliziten Verfahren) oder mit impliziten Verfahren erfolgen, wobei bei impliziten Verfahren allerdings darauf zu achten ist, daß sie keine zu große numerische Dämpfung bewirken.

Eine Übersicht über den Stand der Berechnungsverfahren wurde insbesondere auf der letzten SMIRT-Tagung in Berlin (1979) gegeben. Zusammenfassende Darstellungen finden sich in [2,3]. Weitere Vorträge auf der Jahrestagung Kerntechnik 80 [1,4,5]



geben den neuesten Entwicklungsstand wieder. Die Tatsache, daß international relativ viele Stellen an diesem Problembereich arbeiten, weist auf die Bedeutung dieser Untersuchungen hin. Selbstverständlich erfordern solche Programmentwicklungen eine umfangreiche experimentelle Überprüfung. Bisher wurden insbesondere die Ergebnisse der RS16B-DWR-Versuche bei Batteille (Frankfurt) [6] zum Vergleich herangezogen [2, 7]. Wie aus Fig. 1 erkenntlich, handelt es sich hierbei um einen Modell-Druckbehälter, der wegen seines kleinen Durchmesser-Längen-Verhältnisses nur kleine Druckdifferenzen am Umfang des Kernmantels zuläßt. Auch ist der aus mehreren Schüssen zusammengesetzte Modell-Kernmantel in seinen dynamischen Eigenschaften nur schwer zu modellieren. Dennoch haben eine Reihe von Meßergebnissen deutliche Fluid-Struktur-Wechselwirkungseffekte erkennen lassen [2, 7].

Wesentliche Fortschritte werden hier von den »Blowdown-Experimenten« am ehemaligen Heißdampfreaktor (HDR) erwartet [2,8]. Diese vom Projekt PHDR des Kernforschungszentrums Karlsruhe durchgeführten Experimente haben im März 1980 begonnen. Sie wurden unter internationaler Beteiligung vorausberechnet. Der Vergleich der Meßdaten mit den berechneten Daten wird mit Spannung erwartet.

Die Versuchskonzeption der HDR-Blowdown-Experimente zeichnet sich dadurch aus, daß bewußt nur idealisierte Einbauten aufgenommen wurden, die einer Analyse mit den vorhandenen Rechenmodellen zugänglich sind, so daß klare Rückschlüsse über die Gültigkeit der bisher entwickelten Rechenprogramme möglich sind [9]. Anstelle eines vollständigen Kern-Modells mit allen seinen konstruktiven Details wurde nur ein Modell für den Kermantel eingebaut, der aus einer zylindrischen Schale mit konstanter Wandstärke besteht. Der Kermantel ist spielfrei mit einem relativ steifen Flansch am oberen Ende und einem steifen Mossering am unteren Ende ohne wirksam werdende Anschläge verbunden. Die Masse des Ringes soll etwa die Masse des halben Reaktorkerns repräsentieren.

Parallel zur Versuchsvorbereitung wurden etwa seit 1975 Rechenprogramme entwickelt, die zur Analyse dieser Vorgänge heute einsetzbar sind. Diese Programmentwicklung war zunächst vor allem darauf ausgerichtet, genau die Effekte simulieren zu können, die am HDR meßtechnisch überprüft werden sollen. Von den im Kernforschungszentrum Karlsruhe entwickelten Programmen ist das Rechenprogramm FLUX2 [10, 11] heute am weitesten fortgeschritten. Es beschreibt die Geometrie, wie in Fig. 1 skizziert, dreidimensional und erfaßt die Fluid-Struktur-Wechselwirkung. Das Fluid-Modell basiert auf einem kompressiblen Potentialsrömungsansatz. Es handelt sich dabei nicht um ein reines Druckwellenmodell, vielmehr werden die konvektiven Terme streng nichtlinear behandelt. Dies ist vor allem in der Nähe des Stützens erforderlich. Dort treten hohe Geschwindigkeiten auf, deren Wirkung auf das Druckfeld eine nichtlineare Behandlung erfordert. Das Modell ist auf Fluide mit bereich-

weise konstanter Schallgeschwindigkeit beschränkt und insofern nur für die unterkühlte Zeitphase konzipiert, Ausdampfen im Kernbereich kann näherungsweise durch die Verwendung einer entsprechend kleinen Schallgeschwindigkeit erfaßt werden. Die Zweiphasigkeit an der Bruchstelle wird dadurch erfaßt, daß hier der Druck innerhalb einer vorzugebenden Bruchöffnungszeit z.B. mit sinusförmiger Übergangsfunktion auf den Satteldampfdruck abgesenkt wird. Die diskretisierten Bewegungsgleichungen für die Kernmantelschale, die als linear-elastisch und ideal eingespannt betrachtet wird, wurden bisher mit dem Modell CYLDY2 [12] und neuerdings mit dem verbesserten Modell CYLDY3 [13] aufgestellt. Das Modell CYLDY3 bestimmt quasianalytisch die Eigenlösungen entsprechend den Flüggeschen Schalengleichungen. Die Fluid-Gleichungen werden räumlich mittels finiter Differenzen bzw. durch Entwicklungen in endlichen Fourier-Reihen diskretisiert. Zeitlich wird mit einem impliziten, nichtdämpfenden Differenzenverfahren zweiter Ordnung integriert, das im linearen Fall unbedingt stabil ist. Die Fluid-Struktur-Kopplung erfaßt die Belastung der Kernmantelschale durch das Druckfeld und die Rückwirkung der Schalenbeschleunigung und Geschwindigkeit unter der Annahme kleiner Verformungswege auf das Fluid. Diese Wechselwirkung führt zu gekoppelten Bewegungsgleichungen für Fluid und Struktur, die konsistent integriert werden. Zur Lösung der dabei auftretenden großen Gleichungssysteme werden effektive numerische Algorithmen, sog. elliptische Löser, und die Einflußmatrixtechnik verwendet [10, 11]. Rechnungen mit unterschiedlichem Detaillierungsgrad ergaben, daß für eine ausreichend genaue räumliche Auflösung etwa 1000 Fluidmaschen und etwa 140 Freiheitsgrade in der Schale zu berücksichtigen sind. Die Verwendung der speziellen Lösungsalgorithmen ermöglicht es, derartige Rechnungen über 100 ms Problemzeit in typischerweise 20 Minuten Rechenzeit (IBM 3033) durchzuführen. Für Parameterstudien genügen gröbere Auflösungen mit Rechenzeiten im Minutenbereich.

Gegenwärtig wird an Weiterentwicklungen dieses Programms gearbeitet, die zum Ziele haben.

- die Dynamik der Wechselwirkung der Brennstäbe und der Steuerstabführungsrohre mit dem Fluid und dem Kernmantel,
  - die Dynamik des Reaktordruckbehälters,
  - mehrere intakte Ein- und Austrittsschlutzen
- zu erfassen.

Die Wichtigkeit der Erfassung der Dynamik des RDB wird z.B. dadurch charakterisiert, daß die Nachgiebigkeit der RDB-Außenwand beim HDR eine Änderung der effektiven Schallgeschwindigkeit im Ringraum um 23% bewirkt.

Brennstäbe und Steuerstabführungsrohre sind insofern verwandte Probleme, als beide Bündel von stabartigen Strukturen, also Stabbündeln, darstellen.

Im folgenden werden einige neuere Ergebnisse von Parameterstudien sowie erste Ergebnisse der Modellentwicklungen für Stabbündel, die von Fluid umgeben sind, berichtet.

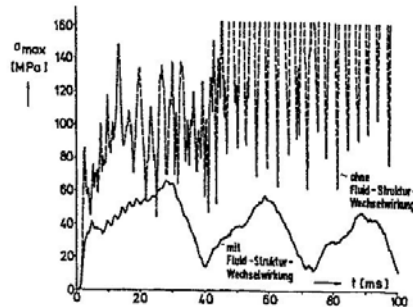


Fig. 2: Maximale im Kernmantel des HDR berechnete Vergleichsspannung als Funktion der Zeit mit und ohne Berücksichtigung der Rückwirkung der Strukturbewegung auf das Fluid. Die entkoppelte Rechnung zeigt unrealistisch große Spannungen (in diesem Zeitraum bis zu 350 MPa)

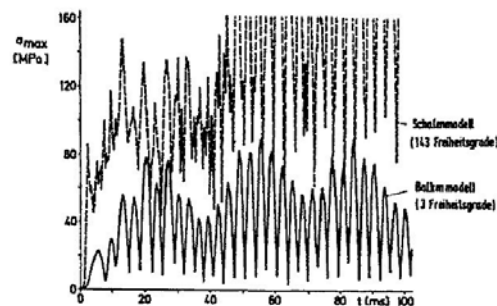


Fig. 3: Maximale Vergleichsspannung bei entkoppelter Rechnung mit vielen Freiheitsgraden im Schalenmodell (wie in Fig. 2) und im Vergleich dazu Ergebnisse, die sich bei entkoppelter Rechnung mit den niedrigsten Eigenschwingungsformen im »Balken-Modell« ergeben

Tabelle: Eingabewerte für den betrachteten DWR-Fall  
(für weitere Erläuterungen siehe [10, 11])

$R_K$	Radius des Kernmantels (KM)	2,01 m
$L_K$	Länge des KM	8,17 m
$R_H$	Wandstärke des Kernmantels KH	89 mm
$R_R$	Breite des Ringraumes	0,27 m
$L_U$	Höhe des oberen Plenums	1,23 m
$L_L$	Höhe des unteren Plenums	0,84 m
$L_P$	Abstand der Blowdown-Stutzen-Achse vom KM-Flansch	1,68 m
$R_B$	Radius des Blowdown-Rohres	0,36 m
$L_B$	Länge des Blowdown-Rohres	0,82 m
$\rho_K$	Dichte des KM	7800 kg/m <sup>3</sup>
$E$	Elastizitätsmodul des KM	$1,7 \cdot 10^{11}$ Pa
$\nu$	Querkontraktionszahl des KM	0,3
$M_R$	Masse des unteren Masserings am KM	$10^5$ kg
$I_{ZZ}$	Rotationsträgheit des Ringes um horizontale Achse	$10^5$ kg m <sup>2</sup>
$p_0$	Anfangsdruck	15,7 MPa
$p_1$	Druck an der Bruchstelle	8,1 MPa
$a$	Fluid-Schallgeschwindigkeit	862 m/s
$\rho_0$	Fluid-Dichte	735 kg/m <sup>3</sup>
Strukturmodell: CYLDT2 [12]		

## 2. Parameterstudie

### 2.1. Einfluß der Fluid-Struktur-Wechselwirkung beim HDR

Den Einfluß der Fluid-Struktur-Wechselwirkung auf die berechneten maximalen Spannungen im Kernmantel des HDR-Experiments zeigt Fig. 2. Man erkennt, daß die entkoppelte Rechnung physikalisch völlig unrealistische Ergebnisse liefert. Dies liegt daran, daß die Struktur mit einer oszillierenden Last beaufschlagt wird, die große spektrale Anteile bei Frequenzen aufweist, die zu hohen Eigenfrequenzen der Schale gehören. Für die hochfrequenten Schwingungsformen liegt dann also im Modell Resonanz vor, und die Schale wird sehr rasch zu sehr großen Schwingungen angeregt, die zu den berechneten großen Spannungen führen. Diese Interpretation wird dadurch belegt, daß die berechneten Schalenverformungen bei einer entkoppelten Rechnung dann ganz »vernünftig« aussehen (Fig. 3), wenn nur wenige Freiheitsgrade mit niedrigen Eigenfrequenzen in der Rechnung berücksichtigt werden. Dies ist wohl der Grund, warum bisherige Rechnungen mit Methoden, die die Fluid-Struktur-Wechselwirkung nicht berücksichtigen, keine derart dramatischen Schwingungen erkennen ließen. Ein weiterer Grund können numerische Dämpfungseffekte gewesen sein. In der realen Physik wie auch in der gekoppelten Rechnung gibt es diese speziellen Resonanzprobleme nicht, da die Anregung der Schale mit einem Energieaustausch verbunden ist, bei dem eine Anregung der Schalenschwingungen nur so lange möglich ist, bis der entsprechende Energieanteil der Schwingungen im Fluid aufgebraucht ist. Außerdem hat die Fluid-Struktur-Kopplung natürlich eine wesentliche Erhöhung der effektiven Masse des Kernmantels und damit eine Reduktion

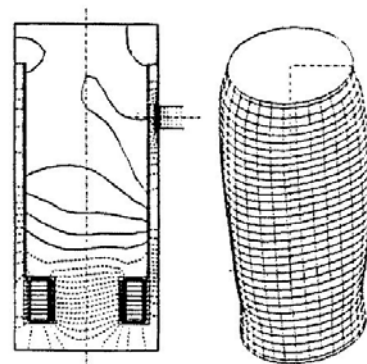


Fig. 4: Berechnetes Isobarenfeld und Schalenverformung zur Zeit 20 ms in einem typischen Druckwasserreaktor. Abstand zwischen zwei Isobaren 0,1 MPa. Schalenverformung 200fach vergrößert

der niedrigen Eigenfrequenzen des Systems Fluid-Struktur zur Folge, für die der Anregungszeitraum gar nicht ausreicht, um große Schwingungsamplituden anzuregen.

### 2.2. Einflußgrößen auf die maximale Spannung bei einem typischen Druckwasserreaktor

Mit dem Rechenprogramm FLUX2 wurden die Belastungen des Kernmantels mit für eine Reaktorkonfiguration typischen Maßen (Tabelle) analysiert. Allerdings ist der Reaktorkern nur dadurch berücksichtigt, daß seine halbe Masse und Rotationsträgheit durch einen starren Massering am unteren Kernmantelende repräsentiert sind. Für den Kernmantel wurden weiter konstante Wandstärke und ideale Einspannung am oberen Flansch angenommen.

Fig. 4 zeigt ein typisches Bild der berechneten Druckfelder und Kernmantelverformungen. An Fig. 5 bis 8 wird der Einfluß der Fluid-Struktur-Wechselwirkung erkennbar. Fig. 5 zeigt, daß das Druckfeld nur geringfügig verändert wird. Innerhalb des Kernmantels verursacht die Kernmantelaufweitung frühzeitig eine Druckabsenkung von 0,3 MPa. Fig. 6 zeigt die integrale Querkraft am Kernmantel sowie das am oberen Flansch wirksame Biegemoment aufgrund von Rechnungen mit und ohne Berücksichtigung oder Rückwirkungen der Strukturbewegungen auf das Fluid. Man erkennt, daß – anders als beim HDR – hier wegen der größeren Kernmantelmasse die Wechselwirkung in den ersten 20 ms nur relativ kleine Unterschiede ausmacht. Drastische Unterschiede ergeben sich aber zu späteren Zeiten, wobei die

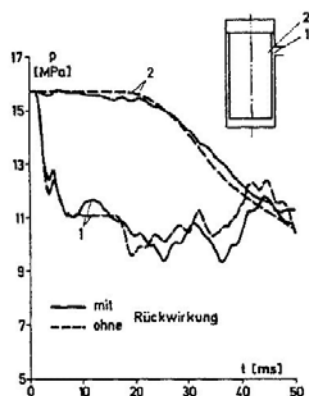


Fig. 5: Druck als Funktion der Zeit; 1 im Ringraum am Stutzen; 2 im Innenraum am Kernmantel beim Stutzen

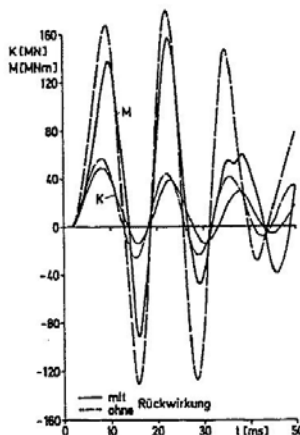


Fig. 6: Querkraft K und Biegemoment M infolge der Drucklast am Kernmantel eines DWR bei Rechnungen mit und ohne Berücksichtigung der Rückwirkung der Strukturverformung auf das Fluid

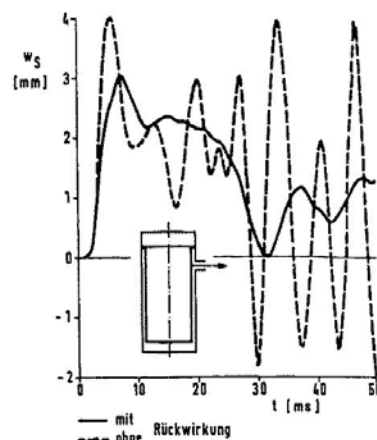


Fig. 7: Radiale Kernmantel-Verschiebung in Stutzen-nähe als Funktion der Zeit

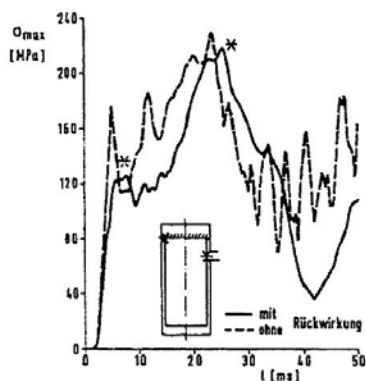


Fig. 8: Maximalwerte der im Kernmantel auftretenden Vergleichsspannung als Funktion der Zeit. Erstes Maximum in der Nähe des Stutzens, absolutes Maximum am Flansch

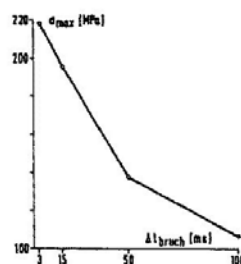
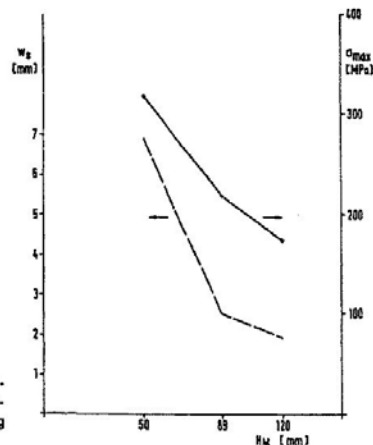


Fig. 9: Einfluß der Bruchöffnungszeit auf die berechnete maximale Vergleichsspannung

Fig. 10 (rechts): Einfluß der Kernmantelwandstärke  $H_K$  auf die maximale Vergleichsspannung und die maximale Kernmantelverformung (in der Nähe des Blowdown-Stutzens)



entkoppelte Rechnung (Fig. 7) wie beim HDR zu unrealistisch großen Schallenschwingungen führt. Das gleiche Verhalten zeigen die Rechnungen von Rott [5] und anderen [2, 3]. Wie Fig. 8 zeigt, werden die maximalen Spannungen in der Nähe des Blowdown-Stutzens bei der entkoppelten Rechnung um etwa 40% überschätzt; die absoluten Maximalwerte, die am oberen Flansch auftreten, werden in diesem Falle und in dem betrachteten Zeitraum nur um wenige Prozent überschätzt.

Eine häufig diskutierte Frage ist die, welche Bruchöffnungszeiten für solche Rechnungen zugrunde gelegt werden sollen. Obige Rechenergebnisse gelten für eine Bruchöffnungszeit von 3 ms. Aus Fig. 9 geht hervor, daß die maximale Spannung, die im Kernmantel am oberen Flansch 180° gegenüber dem Blowdown-Stutzen auftritt, beim Übergang auf eine Bruchöffnungszeit von 15 ms nur wenig, bei Annahme von 100 ms aber auf die Hälfte reduziert wird. Qualitativ haben Stegmann und Valero gleiche Ergebnisse erhalten [4]. Wie weit sich solche große Bruchöffnungszeiten rechtfertigen lassen, ist eine offene Frage.

Fig. 10 zeigt, daß eine wesentliche Vergrößerung der Kernmantelwandstärke (30%) nur eine relativ kleine (15%) Reduktion der

Spannungen bewirkt. Sehr viel größer ist der Einfluß der Restlänge des Blowdown-Stutzens. (Beim HDR reduziert sich die maximale Spannung beim Übergang von einer Stutzenlänge von 1 m auf 5 m um 35% [10].) Weiter geht in die Belastung die Differenz zwischen Anfangs- und Satteldampfdruck im Bruchstutzen etwa linear ein. Sollte der KMVS also bei einem Zustand mit relativ niedriger Temperatur in der Kühlmittelleitung erfolgen, so wären sehr viel größere Beanspruchungen zu erwarten. Eine Bewertung der berechneten Spannungen hinsichtlich ihrer Auswirkung würde weitergehende Untersuchungen erfordern.

### 3. Fluid-Struktur-Wechselwirkungen in Stabbündeln

Wie dargelegt, fehlt bisher ein Modell, das die dynamischen Wechselwirkungen zwischen Fluid und Reaktorkern erfaßt. Die Kenntnis der Kräfte, die auf die Steuerstabführungsrohre und Brennelemente einwirken, ist notwendige Voraussetzung, um eine Beeinträchtigung der Beweglichkeit der Abschaltstäbe und eine Beeinträchtigung der Brennelemente auszuschließen. Umgekehrt muß die dynamisch wirksame Trägheit des Reaktorkerns

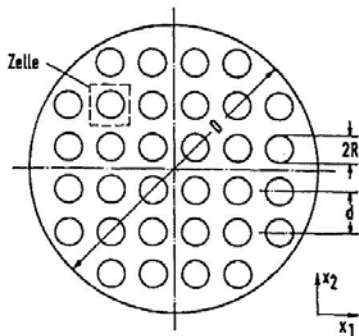


Fig. 11: Idealisiertes Stabbündel im Kernmantel. In der Theorie wird angenommen, daß die Zahl der »Zellen« sehr groß ist

bekannt sein, da diese die Beschleunigung des Kernmantels behindert. Wegen des möglichen Schlupfes zwischen dem Fluid und den Stäben ist die Trägheit nicht einfach gleich der Masse des Gemisches aus Fluid und Stäben. Da die Stäbe dem Gesamtsystem eine Vorzugsrichtung aufprägen, wird diese effektive Trägheit richtungsabhängig sein. Weiter breiten sich Druckwellen in horizontaler und axialer Richtung mit unterschiedlichen effektiven »Schallgeschwindigkeiten« aus. Eine direkte Verbindung zwischen den Stäben und dem Kernmantel wird teilweise von den Rosten hergestellt. Da die Stäbe, insbesondere die Brennstäbe, aber sehr biegeweich sind, folgt nur ein kleiner Teil der Stäbe, insbesondere bei hochfrequenten Schwingungen, den dadurch aufgeprägten Bewegungen, wenn nicht gar Spiele auch hier einen Schlupf zulassen.

In der horizontalen Richtung sind Fluid und Stabbewegungen infolge der Trägheitskopplung über virtuelle Massen, d.h. über die Wechselwirkung zwischen dem Fluid-Druck und den Stabbeschleunigungen, gekoppelt. Diese Kopplung hängt von den relativen Dichten ab und wächst mit dem Verhältnis Stabradius  $R$  zu Stababstand  $d$  (Fig. 11). Weiter entsteht eine Kopplung über Reibkräfte. Die Reibung wirkt aber erst bei großen Relativgeschwindigkeiten, wohingegen die Trägheitskopplung bei großen Relativbeschleunigungen wirksam ist. Einfache Abschätzungen zeigen, daß für die horizontalen Bewegungen im relevanten Frequenz- und Amplitudenbereich die Kopplung über Reibkräfte in erster Näherung vernachlässigbar ist.

Da ein Reaktorkern typisch 50 000 Stäbe enthält, ist es nicht sinnvoll, die Bewegungsvorgänge im Detail auflösen zu wollen. Vielmehr wird ein Modell benötigt, das das Stab-Fluid-Gemisch wie ein homogenes Zweiphasen-Gemisch oder wie einen porösen Körper beschreibt, allerdings unter Berücksichtigung des auftretenden Schlupfes. Die Aufstellung derartiger »homogenisierter« Bewegungsgleichungen mit expliziten Rechenvorschriften zur Bestimmung der effektiven Stoffgrößen des Gemisches kann mit mathematischen Methoden erfolgen, wie sie für ähnliche Probleme z.B. in [14-16] beschrieben sind. Diese Methoden

machen Gebrauch von der Annahme, daß das Gemisch aus einem periodischen Gitter von sehr vielen Zellen besteht (Fig. 11), wobei das Zellenmaß klein ist gegenüber dem Durchmesser  $D$  des gesamten Bündels und wobei die Bewegungsgrößen in zwei benachbarten Zellen sich nur wenig voneinander unterscheiden, so daß die gemittelten Felder stetig und glatt sind. Der Gedankengang zur Aufstellung der homogenisierten Bewegungsgleichungen ist wie folgt:

- Man geht aus von den lokalen Bewegungsgleichungen für die Fluidgeschwindigkeit und die Stabverschiebung, wobei lediglich konservative Kräfte berücksichtigt werden.
- Man kann zeigen, daß diese Gleichungen äquivalent sind zu einem Variationsprinzip, hier dem bekannten Hamiltonschen Prinzip. D. h., die lokalen Lösungen machen ein Integral zu einem Extremum.
- Wie bei Finite-Elemente-Modellen üblich, macht man sodann einen Ansatz: Die lokalen Lösungen stellt man dar als Produkte von lokalen Formfunktionen und mittleren Bewegungsamplituden. Letztere sollen glatte Funktionen im Bündel sein. Die lokalen Formfunktionen beschreiben die lokalen Bewegungen, die sich bei einer mittleren Fluid- oder Stabgeschwindigkeit vom Betrage eins einstellen (Fig. 12). Diese Formfunktionen sind Lösungen der lokalen Bewegungsgleichungen, die man für eine einzelne Zelle unter Verwendung periodischer Randbedingungen am Zellenrand im allgemeinen numerisch berechnen muß.
- Schließlich setzt man diesen Ansatz mit den vorab berechneten Formfunktionen in das Integral des Variationsprinzips ein. Aus der Extremalforderung ergeben sich dann Bewegungsgleichungen für die mittleren Fluid- und Stabbewegungen im Fluid-Stab-Gemisch. Diese Gleichungen lassen sich numerisch mit sehr viel kleinerem Aufwand lösen als die lokalen Bewegungsgleichungen.
- Der mittlere Druck erscheint hierbei wie ein Lagrange-Multiplikator, mit dessen Hilfe die von der Kontinuitätsgleichung des Gemisches aufgeprägten Restriktionen für die Bewegungen erfaßt werden.

Die homogenisierten Bewegungsgleichungen sind dadurch charakterisiert, daß in ihnen Dichtensensoren auftreten, die die anisotrope Trägheitskopplung zwischen Fluid und Stäben erfassen. Eliminiert man die Geschwindigkeiten mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung, so erhält man eine Wellengleichung für das Druckfeld. Hier tritt dann auch die Schallgeschwindigkeit als tensorielle Größe auf.

Die lokalen Lösungen für eine Zelle muß man im allgemeinen, wie gesagt, numerisch ermitteln. Speziell für Stäbe mit Kreisquerschnitt in quadratischer Anordnung kann man asymptotische Lösungen aufstellen, die für große Werte von  $d/2R$  exakt gelten und für  $d/2R > 1,2$  Näherungen mit Fehlern  $< 10\%$  darstellen. Nach dieser Theorie, die vollständig in [17] beschrieben ist, ergeben sich folgende Ausdrücke für die bei einer Querschleunigung effektiv wirksame dynamische Dichte, das Verhältnis der Stab- zur Fluid-Beschleunigung und die Schallgeschwindigkeiten senkrecht und parallel zu den Stabachsen:

$$\frac{\bar{\rho}_{eff}}{\bar{\rho}} = \frac{R_a^2 \int_0^{2\pi} (R_a^2 + R^2) + R_a^2 - R^2}{\int_0^{2\pi} (R_a^2 - R^2) + R_a^2 + R^2} \int_0^{2\pi} R_a^2 + R^2 - R^2 \quad (1)$$

$$\bar{a}/\ddot{x} = \frac{2 R_a^2}{\alpha (R_a^2 - R^2) + R_a^2 + R^2} \quad (2)$$

$$a_r^2 = \frac{1}{\bar{\rho}_{eff}} \left[ \frac{\alpha}{\rho_a a^2} + \frac{(1-\alpha)}{\rho_s a_s^2} \right]^{-1} \quad (3)$$

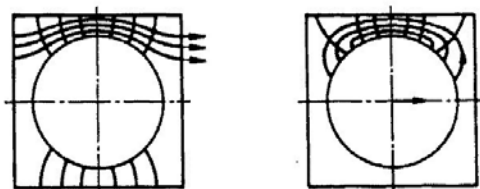


Fig. 12: Lokales Strömungsfeld in einer Zelle infolge einer Einheits-Fluidgeschwindigkeit (links) bzw. Einheits-Stabgeschwindigkeit (rechts). Skizziert sind Potential- und Stromlinien



$$a_z^2 = \left[ \frac{\alpha}{\rho_o} + \frac{(1-\alpha)}{\rho_s^o} \right] \left[ \frac{\alpha}{\rho_o a^2} + \frac{(1-\alpha)}{\rho_s^o a_s^2} \right]^{-1} \quad (4)$$

$$\bar{\rho} = \alpha \rho_o + (1-\alpha) \rho_s^o$$

Hierbei sind:

- R = Stabradius
- R<sub>a</sub> = d/√π äquivalenter Zellenradius
- d = Stab-Mitten-Abstand
- ρ<sub>o</sub> = Fluiddichte
- ρ<sub>s</sub><sup>o</sup> = mittlere Stabdichte
- κ = ρ<sub>s</sub><sup>o</sup>/ρ<sub>o</sub> Dichteverhältnis
- ρ<sub>eff</sub> = »dynamische« effektive Dichte
- s = Stabbeschleunigung
- f = räumlich gemittelte Fluidbeschleunigung
- a = (∂p/∂p)<sup>1/2</sup>, lokale Fluidschallgeschwindigkeit
- a<sub>s</sub> = (∂p/∂p)<sup>1/2</sup>, »Stabschallgeschwindigkeit« infolge Kompressibilität der Stäbe
- a<sub>h</sub> = effektive Schallgeschwindigkeit in horizontaler Richtung (quer zum Bündel)
- a<sub>v</sub> = effektive Schallgeschwindigkeit in vertikaler Richtung (parallel zu den Stabachsen)

Speziell für Brennstäbe mit

$$R = 5,4 \text{ mm}, d = 14,3 \text{ mm}, \rho_o = 750 \text{ kg/m}^3, \rho_s^o = 8000 \text{ kg/m}^3$$

$$a = 1000 \text{ m/s}, a_s = 1194 \text{ m/s}$$

ergeben sich folgende Werte

$$\bar{\rho} = 4998 \text{ kg/m}^3, \bar{\rho}_{eff}/\bar{\rho} = 0,43, \bar{s}/\bar{f} = 0,23,$$

$$a_h = 868 \text{ m/s}, a_v = 1011 \text{ m/s}.$$

(Diese Zahlenwerte wurden mit der vollständigen Theorie, also nicht mit obigen asymptotischen Formeln berechnet, obwohl die Unterschiede klein sind.) Dies bedeutet, daß aufgrund der Trägheitskopplung die Stäbe nur 23% der Fluid-Beschleunigungen erfahren und die dynamisch effektive Trägheit des Reaktorkerns nur 43% der tatsächlichen Masse ausmacht. Diese Zahlen gelten unter der Voraussetzung, daß eine Koppelung zwischen dem Kernmantel und den Brennstäben nur über die Fluid-Trägheit erfolgt.

In gleicher Weise kann man effektive Stabbündelsteifigkeiten und – mit gewissen Näherungen – Reibkoeffizienten ausrechnen. Der Einbau der so aufgestellten homogenisierten Bewegungsgleichungen in das Rechenprogramm FLUX2 ist in Vorbereitung. Die bisherigen Theorien basieren auf linearen Gleichungen. Die Erweiterung um nichtlineare Terme insbesondere infolge großer Strömungsgeschwindigkeiten ist Gegenstand weiterer Untersuchungen.

Die Anwendung der Methode der Homogenisierung mit dem Ziel der Aufstellung von Bewegungsgleichungen für heterogene Systeme mit periodischer Feinstruktur kann auch für andere Problembereiche, wie z. B. bei der Berechnung der Thermohydraulik in Brennelementen oder bei der Berechnung von Zweiphasenströmungen, neue Wege eröffnen.

#### 4. Schlußfolgerungen

Die dargestellten Ergebnisse zeigen, daß die Beanspruchungen der Einbauten eines Druckwasserreaktors nur dann realistisch berechnet werden können, wenn man die Fluid-Struktur-Wechselwirkung berücksichtigt. Konservative Abschätzungen ohne Berücksichtigung dieser Wechselwirkungen müssen von einem klaren Verständnis der physikalischen Effekte dieser Wechselwirkungen ausgehen.

Mit Hilfe der Theorie der Homogenisierung ist es möglich, für das heterogene Gemisch aus Brennstäben und Wasser, das den Reaktorkern bildet, ein äquivalentes homogenes Modell aufzustellen. Dieses Modell kann dann als ein Kontinuum betrachtet und mit den für Kontinua verfügbaren Methoden behandelt werden. Allerdings treten an die Stelle skalarer Stoffgrößen, wie z.B. der Dichte, in diesem Ersatzkontinuum tensorielle Größen. Hierin äußert sich die Anisotropie des heterogenen Gemisches. Als erstes Ergebnis dieser Theorie wurde ermittelt, daß an den Horizontalbewegungen des Kernmantels beim Blowdown nur 43% der Reaktorkernmasse effektiv beteiligt sind.

Es ist vorgesehen, das Rechenprogramm FLUX durch Einbau eines homogenisierten Reaktorkernmodells, durch Berücksichtigung der Flexibilität des Reaktordruckbehälters und durch Anschluß der intakten Kreislaufstützen in Richtung auf die realistische Ermittlung der beim KMVS auftretenden Beanspruchungen weiterzuentwickeln. (Eingegangen am 7. 5. 1980)

#### Literatur

- [1] Brosche, D.: Druckwellenausbreitungsvorgänge bei Leichtwasserreaktor-Kernkraftwerken und ihre Behandlung im atomrechtlichen Genehmigungsverfahren. Atomkernenergie/Kerntechnik 36 (1980) 145
- [2] Schlechtdahl, E. G.: Status of Code-Development in the Federal Republic of Germany Concerning Fluid-Structural Coupling During Reactor Transients. Nucl. Safety 20 (1979) 551
- [3] Belytschko, T., Schumann, U.: Fluid-Structure Interaction in Light Water Reactor Systems. Nucl. Eng. Design 59 (1980), in press
- [4] Siegemann, D., Valera, M.: Belastung von Reaktordruckbehältereinbauten durch Druckenlastungsstellen bei einem Kühlmittelverluststörfall ohne strukturelle Kopplung. Atomkernenergie/Kerntechnik 36 Lfg. 3 (1980) 227
- [5] Rott, W.: Numerische Berechnung von Druckwellenausbreitungsvorgängen beim Kühlmittelverluststörfall mit struktureller Kopplung. Atomkernenergie/Kerntechnik 36 Lfg. 2 (1980) 148
- [6] Ergebnisse der ersten DWR-Versuche mit Einbauten (DWR1-DWR5). Bericht BF-RS 00168-10-1 (1977)
- [7] Schumann, U.: Analysis of the RS168 Experiment on Fluid-Structure Interactions During PWR Blowdown. Proc. 5th Int. Conf. Structural Mech. Reactor Techn., Berlin, August 13-17, 1979, paper B6/4
- [8] Schlechtdahl, E. G., Müller-Dielsche, W., Scholl, K.-H.: HDR-Experiments of Investigation of Fluid-Structural Coupling. Int. Seminar on Fluid-Structure Interaction in LWR Systems. BAM-Report ISSN0172-0465 (1979), p. 7
- [9] Krieg, R., Schlechtdahl, E. G., Scholl, K.-H.: Design of the HDR experimental program on blowdown loadings and dynamic response of PWR vessel internals. Nucl. Eng. Des. 43 (1977) 419
- [10] Schumann, U.: Effektive Berechnung dreidimensionaler Fluid-Struktur-Wechselwirkung beim Kühlmittelverluststörfall eines Druckwasserreaktors – FLUX. Bericht KfK-2645 (1979)
- [11] Schumann, U.: Fast Elliptic Solvers and Three-Dimensional Fluid-Structure Interactions in a Pressurized Water Reactor. J. Comp. Phys. 36 (1980), 93
- [12] Ludwig, A., Krieg, R.: Dynamic response of a clamped ring-stiffened circular cylindrical shell under non-axisymmetric loading. Nucl. Eng. Des. 43 (1977) 437
- [13] Ludwig, A., Krieg, R.: Dynamic behaviour of PWR-core barrel – Analytical integration of the cylindrical shell equations. Proc. 5th Int. Conf. Structural Mech. Reactor Techn., Berlin, August 13-17, 1979, paper B6/5
- [14] Bensoussan, A., Lions, J. L., Papanicolaou, G.: Asymptotic Analysis for Periodic Structures. Amsterdam: North-Holland Publ. Co. 1978
- [15] Berdichevskii, V.L.: On Averaging of Periodic Systems. PMM 41 (1977), No. 6, 993; English translation in J. Appl. Math. Mech. 41 (1977) 1010
- [16] Achenbach, J. D.: A Theory of Elasticity with Microstructure for Directionally Reinforced Composites. Wien, New York: Springer-Verlag 1975
- [17] Schumann, U.: Homogenized Equations of Motion for Rod Bundles in Fluid with Periodic Structure. Ingenieur-Archiv 50 (1981), in press